

1. Za koliko se bo dvignil alkohol v cevki termometra s premerom 1mm, če se segreje za 5 stopinj? Prostorninski temperaturni razteznostni koeficient alkohola je $11 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Volumen alkohola v termometru je $0,5 \text{ cm}^3$.

Prostornina alkohola se bo povečala za $\Delta V = \beta V_0 \Delta T = 0,00275 \text{ cm}^3$, kjer je

$\beta = 11 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ prostorninski temperaturni razteznostni koeficient,

$V_0 = 0,5 \text{ cm}^3$ začetna prostornina in

$\Delta T = 5 \text{ K}$ sprememba temperature.

Dodatna prostornina ΔV mora v cevki s presekom $S = \pi r^2 = \pi (0,05 \text{ cm})^2 = 0,007854 \text{ cm}^2$ zavzeti dolžino h , da velja (prostornina valja!):

$$\Delta V = h S .$$

Sledi

$$h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{0,00275 \text{ cm}^3}{0,007854 \text{ cm}^2} = 0,35 \text{ cm} = 3,5 \text{ mm} .$$

2. V učilnici z dimenzijami 6m, 5m in 3m je zračni tlak 1,0bar in $T = 15^\circ \text{C}$. Pri računih privzemi, da je masa kilomola zraka 29kg. Specifična toplota zraka pri stalnem tlaku je $c_p = 1010 \text{ J/kgK}$.

a) koliko kilomolov zraka je v učilnici?

Poznamo prostornino plina $V = 90 \text{ m}^3$, tlak $p = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ in temperaturo $T = 288 \text{ K}$ (pretvorili smo $^\circ \text{C}$ v K).

Zato lahko iz plinske enačbe:

$$pV = \frac{m}{M} RT = nRT$$

izračunamo število kilomolov plina n

$$n = \frac{m}{M} = \frac{pV}{RT} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 90 \text{ m}^3}{8310 \text{ J K}^{-1} \text{ kmol}^{-1} \cdot 288 \text{ K}} = 3,76 \text{ kmol} .$$

b) Koliko molekul zraka je v učilnici?

V enem kilomolu je Avogadrovo število molekul plina N_A . V n kilomolih pa je

$$N = n N_A = 3,76 \text{ kmol} \cdot 6,02 \cdot 10^{26} \text{ delcev kmol}^{-1} = 2,26 \cdot 10^{27} \text{ delcev} .$$

c) Kolikšno povprečno kinetično energijo ima posamezna molekula?

Povprečna kinetična energija dvoatomne molekule (kot sta N_2 in O_2) je

$$W_k = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \cdot 288 \text{ K} = 6,0 \cdot 10^{-21} \text{ J} .$$

d) Kolikšna je hitrost dušikove molekule s povprečno kinetično energijo? Masa kilomola dušika je 28 kg.

Hitrost izračunamo iz izraza za kinetično energijo $W_k = \frac{m v^2}{2}$. Kinetično energijo poznamo iz odgovora na prejšnje vprašanje.

Prej pa moramo izračunati maso molekule dušika. Lahko si pomagamo s sklepnim računom: Avogadrovo število molekul dušika N_2 , to je $N_A = 6,02 \cdot 10^{26}$ tehta $M = 28 \text{ kg}$. Ena molekula dušika potem tehta

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{28 \text{ kg}}{6,02 \cdot 10^{26}} = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg} .$$

Hitrost molekule dušika s povprečno kinetično energijo je potem

$$v = \sqrt{\frac{2 W_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,0 \cdot 10^{-21} \text{ J}}{4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}} = 508 \text{ m/s} .$$

e) Učilnico segrejemo pri stalnem tlaku na 20°C . Kolikšen bi bil novi volumen učilnice, če bi bila ta raztegljiva?

Mišljeno je, da izračunamo kolikšno prostornino bi zavzemal ta isti plin (v katerem je $n = 3,76$ kmol zraka), če bi bila temperatura $T = 293$ K, tlak pa še vedno $p = 1$ bar. Iz plinske enačbe izrazimo

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{3,76 \text{ kmol} \cdot 8310 \text{ J K}^{-1} \text{ kmol}^{-1} \cdot 293 \text{ K}}{10^5 \text{ Pa}} = 91 \text{ m}^3.$$

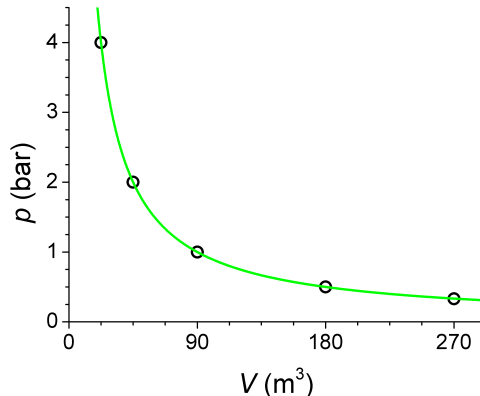
f) Nariši diagram $p(V)$.

Iz plinske enačbe vidimo, da je

$$p = nRT \frac{1}{V}.$$

Vzemimo, da je $T = 15^\circ\text{C}$, ko je bila prostornina 90 m^3 in tlak 1 bar. Pri risanju grafa $p(V)$ si mislimo, da je temperatura stalna, spreminjata se pa tlak in prostornina. Razmišljamo tako: če se prostornina zmanjša na polovico začetne, se bo tlak povečal na 2 bar. Če pa prostornina naraste tako, da je nova prostornina 2-kratnik začetne, bo tlak le polovico začetnega.

Narišemo nekaj točk, ki jih povežemo v gladko krivuljo, kakor na spodnjem grafu.



g) Ker se v resnici učilnici volumen ne poveča, bo zaradi povečanja temperature nekaj zraka ušlo iz učilnice. Kolikšna masa zraka je torej ušla iz učilnice?

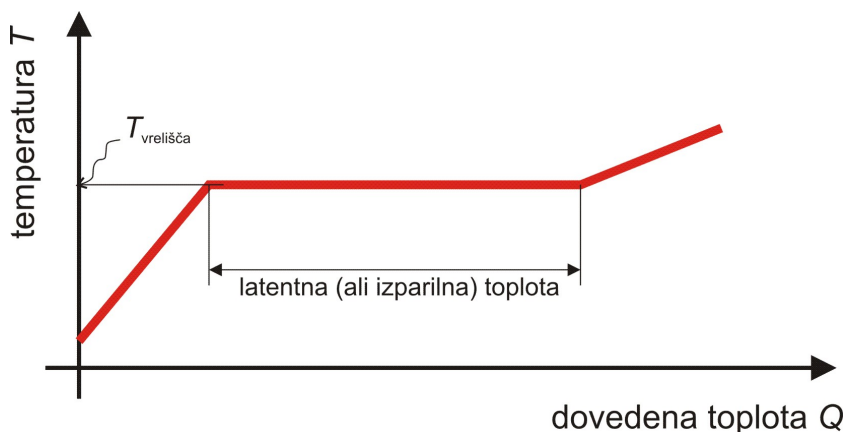
Najprej bomo izračunali maso zraka v učilnici, ko je temperatura 15°C , potem pa pri temperaturi 20°C . Obakrat bo prostornina $V = 90 \text{ m}^3$ in tlak $p = 1$ bar. Iz plinske enačbe dobimo:

$$m_1 = \frac{pVM}{RT} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 90 \text{ m}^3 \cdot 29 \text{ kg kmol}^{-1}}{8310 \text{ J K}^{-1} \cdot 288 \text{ K}} = 109 \text{ kg},$$

$$m_2 = \frac{pVM}{RT} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 90 \text{ m}^3 \cdot 29 \text{ kg kmol}^{-1}}{8310 \text{ J K}^{-1} \cdot 293 \text{ K}} = 107 \text{ kg},$$

Iz učilnice torej uide 2 kg zraka.

3. a) V koordinatni sistem vriši odvisnost temperature od dovedene toplote pri vrenju. Označi temperaturo vrelišča in latentno toploto.



b) Koliko toplote moramo dovesti 3,0 kg vode s temperaturo 100°C , da vsa voda izpari?
 $q(\text{vode}) = 2,27 \text{ MJ/kg}$.

Ker je voda že ogreeta na temperaturo vrelišča, moramo dovesti le izbiralno (latentno) toploto

$$Q = m q_i = 3,0 \text{ kg} \cdot 2,27 \text{ MJ/kg} = 6,81 \text{ MJ} .$$

c) Koliko časa bi trajalo to segrevanje, če bi vodo segrevali s električnim grelcem, ki deluje s stalno močjo 1,0 kW?

Če bi vso toploto, ki jo sprošča grelec, porabili za izparevanje vode, bi veljalo

$$Q = P t$$

in

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{6,81 \cdot 10^6 \text{ J}}{1,0 \cdot 10^3 \text{ W}} = 6810 \text{ s} = 113 \text{ min} .$$

d) Koliko toplote moras odvzeti 3,0 kg kapljevinske vode s temperaturo 100°C , da zamrzne?
 $q(\text{vode}) = 0,336 \text{ MJ/kg}$, $c(\text{vode}) = 4200 \text{ J/kgK}$.

Vodo moramo najprej ohladiti na 0°C . Za to ji moramo odvzeti

$$Q_1 = m c \Delta T = 3 \text{ kg} \cdot 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 100 \text{ K} = 1,26 \text{ MJ}$$

toplote.

Potem mora ta voda, ki je zdaj pri 0°C , še zmrzniti. Za to ji moramo odvzeti takoimenovano *talilno toploto*

$$Q_2 = m q = 3 \text{ kg} \cdot 0,336 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1} = 1,01 \text{ MJ} .$$

Skupaj moramo torej vodi pri 100°C odvzeti $Q = Q_1 + Q_2 = 1,26 \text{ MJ} + 1,01 \text{ MJ} = 2,27 \text{ MJ}$ toplote, da dobimo led s temperaturo 0°C .

e) Kolikсна je pri tem sprememba notranje energije?

Ker pri tem procesu voda ni opravila znatnega dela na okolici (majhno spremembo prostornine smemo zanemariti), je sprememba notranje energije

$$\Delta W_n = -2,27 \text{ MJ} .$$

Negativni znak zato, ker se je pri tem, ko smo vodi toploto **odvajali**, notranja energija manjšala.

f) Na led, ki smo ga dobili ($m_1 = 3,0 \text{ kg}$ in $T_1 = 0^{\circ}\text{C}$) postavimo kos kovine z maso $m_2 = 10 \text{ kg}$ in

temperaturo $T_2 = -20^\circ\text{C}$. Specifična toplota kovine je $c_2 = 550\text{ J/kgK}$, specifična toplota ledu pa $c_1 = 2100\text{ J/kgK}$. Led in kovino toplotno izoliramo, tako da se v okolico ne izgubi nič toplote. Kolikšna je temperatura kovine, ko se vzpostavi termično ravnotežje?

Označimo končno temperaturo T_x . Ta bo nekje med $T_1 = 273\text{ K}$ in $T_2 = 253\text{ K}$, to je med začetno temperaturo ledu in kovine. Temperature smo zapisali v Kelvinih, čeprav v tem primeru ne bi naredili napake tudi, če bi pisali v $^\circ\text{C}$. To pa zato, ker v enačbah, ki jih bomo napisali, nastopajo le razlike temperatur.

Led se bo ohladil za $\Delta T = T_1 - T_x$ in pri tem oddal toploto

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_1 - T_x) .$$

Kovina se bo ogrela za $\Delta T = T_x - T_2$ in pri tem prijela toploto

$$Q_2 = m_2 c_2 (T_x - T_2) .$$

Ker smo poskrbeli, da ni izmenjave toplote z okolico, je toplota, ki jo kovina prejme, enaka toploti, ki jo led odda. Torej:

$$m_1 c_1 (T_1 - T_x) = m_2 c_2 (T_x - T_2) .$$

Iz zadnje enačbe izrazimo

$$T_x = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{3,0\text{ kg} \cdot 2100\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1} \cdot 273\text{ K} + 10,0\text{ kg} \cdot 550\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1} \cdot 253\text{ K}}{3,0\text{ kg} \cdot 2100\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1} + 10,0\text{ kg} \cdot 550\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}} = 263,7\text{ K} .$$

Ko se vzpostavi termično ravnotežje, bosta kovina in led pri temperaturi $263,7\text{ K}$, to je $-9,3^\circ\text{C}$.

4. Streha podstrešne sobe brez oken je narejena iz betona, ki ne prepušča vode in ima toplotno prevodnost $\lambda = 1,05\text{ W/mK}$. Površina strehe nad sobo je $S = 12\text{ m}^2$. Termostat v sobi je nastavljen na stalno temperaturo 23°C , temperatura zunanjega zraka je $-8,0^\circ\text{C}$. Električna peč v sobi deluje s povprečno močjo $P_0 = 2,0\text{ kW}$.

a) Kolikšna je debelina betonske stene?

Zakon o prevajanju toplote pravi, da je toplotni tok skozi steno (v tem primeru betonski strop) enak:

$$P = \frac{\lambda S \Delta T}{d} ,$$

kjer je $\Delta T = 31\text{ K}$ in d debelina betona. Ta toplotni tok pomeni izgube toplote. To uhaja iz prostora v okolico. Po drugi strani pa v prostor dovajamo toploto z močjo P_0 , ki jo prispeva peč. Ko se vzpostavi ravnovesje, so izgube skozi steno enake moči peči, torej je toplotni tok P enak P_0 . Zato lahko izračunamo debelino betona:

$$d = \frac{\lambda S \Delta T}{P_0} = \frac{1,05\text{ W/mK} \cdot 10\text{ m}^2 \cdot 31\text{ K}}{2000\text{ W}} = 0,1953\text{ m} \approx 20\text{ cm} .$$

Nekaj časa sneži in na steni se nabere plast snega s toplotno prevodnostjo $\lambda_2 = 0,30\text{ W/mK}$. Temperatura zraka je še vedno $-8,0^\circ\text{C}$. Ker sneg dodatno izolira streho, deluje peč zdaj z manjšo močjo.

b) Kolikšno moč oddaja peč, če je temperatura ledišča točno na meji med snegom in streho ter se sneg ne tali?

Zdaj imamo dve plasti: beton in sneg na njem. Za obe plasti lahko zapišemo zakon o prevajanju toplote $P = \frac{\lambda S \Delta T}{d}$. Pri tem moramo upoštevati različne toplotne prevodnosti λ in različne debeline d . Topotni tok P pa je potem, ko se vzpostavi ravnovesje, enak skozi obe plasti!

Če se zdaj omejimo na plast betona: Poznamo λ , S , d in $\Delta T = 23\text{ K}$, saj je zdaj z notranje strani 23°C , na drugi strani betona pa natanko 0°C ! Zato je

$$P = \frac{1,05\text{ W/mK} \cdot 12\text{ m} \cdot 23\text{ K}}{0,2\text{ m}} = 1449\text{ W} \approx 1,5\text{ kW}.$$

c) Kako debela je plast snega na strehi?

Upoštevamo, da amora skozi plast snega teči isti toplotni tok, zato iz

$$P = \frac{\lambda_2 S \Delta T_2}{d_2}$$

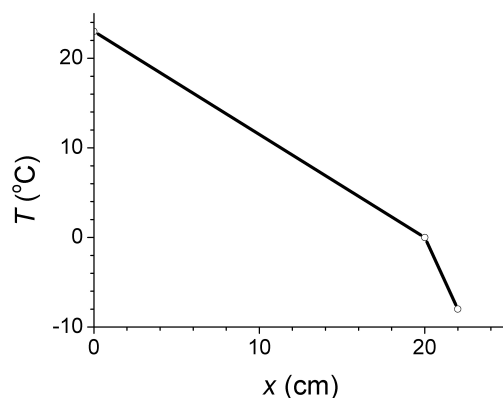
izračunamo

$$d_2 = \frac{\lambda_2 S \Delta T_2}{P} = \frac{0,30\text{ W/mK} \cdot 12\text{ m}^2 \cdot 8\text{ K}}{1500\text{ W}} = 2\text{ cm}.$$

Za ΔT_2 smo vstavili razliko med 0°C in -8°C .

d) Nariši graf, ki kaže odvisnost temperature v betonu in v snegu od razdalje.

Izhodišče postavi na notranjo stran stropa. V grafu smiselno izberi dolžino koordinatnih osi in enote.



5. Idealni toplotni stroj deluje med dvema toplotnima rezervoarjema s temperaturama $T_2 = 23^\circ\text{C}$ in $T_1 = 223^\circ\text{C}$. V enem krožnem procesu absorbira pri višji temperaturi $Q_1 = 600\text{ J}$ toplote. Izkoristek stroja izračunamo iz enačbe $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ (T_1 je višja in T_2 nižja absolutna temperatura).

a) Koliksen je izkoristek stroja?

Izkoristek je

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{296\text{ K}}{496\text{ K}} = 0,40.$$

b) Koliko dela odda stroj v enem krožnem procesu?

Pri krožnem procesu toplotni stroj pri višji temperaturi prejme toploto Q_1 . Del toplote (označimo jo z Q_2) odda pri nizki temperaturi, del pa odda kot koristno delo A . Izkoristek η je definiran kakor razmerje med koristnim delom A in toploto Q_1 , ki jo moramo vložiti v toplotni stroj. Zato

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

in

$$A = \eta Q_1 = 0,40 \cdot 600\text{ J} = 240\text{ J}.$$

c) Koliko toplote odda stroj v enem krožnem procesu pri nižji temperaturi?
Ker velja (glej razlago pri prejšnjem vprašanju):

$$Q_1 = Q_2 + A,$$

sledi

$$Q_2 = Q_1 - A = 600 \text{ J} - 240 \text{ J} = 360 \text{ J}.$$

d) Kolikсна je moč stroja, če opravi v eni minuti 10 krožnih procesov?
Stroj torej opravi v $t = 1 \text{ min}$ $A_2 = 10 A = 10 \cdot 240 \text{ J} = 2400 \text{ J}$ dela. Potem je moč enaka

$$P = \frac{A}{t} = \frac{2400 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 40 \text{ W}.$$