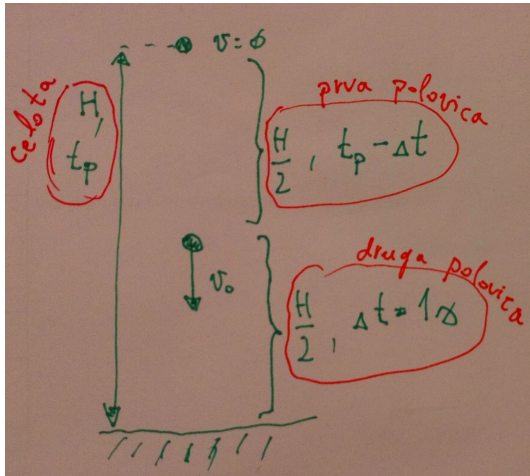


Naloga, prosti pad

naloga: V zadnji sekundi padanja je telo naredilo polovico svoje poti. Iz kolike višine in koliko časa je padalo telo?



Rešitev:

Označimo:

H ... višina s katere spustimo telo, da pada. Po tem sprašuje naloga.

$\Delta t = 1$ s ... zadnja sekunda padanja.

t_p ... celotni čas padanja z višine H .

Prosti pad je enakomerno pospešeno gibanje, kjer hitrost narašča $v = gt$ in v času t , če ni začetne hitrosti, pade za $y = \frac{1}{2}gt$. Če pa telo ima začetno hitrost v_0 , v času t pade za $y = v_0 t + \frac{1}{2}gt$.

Za celoten pad z višine H očitno smemo zapisati:

$$H = \frac{1}{2}gt_p^2. \quad (1)$$

V enačbi [1] ne poznamo ne H , ne t_p . Zato potrebujemo še eno enačbo, ki bo povezovala H in t_p .

Drugo enačbo dobimo tako, da zapišemo opravljeno $H/2$ pot v zadnji sekundi Δt . Pri tem ne pozabimo, da je telo priletelo že z večje višine in pri tem pridobilo hitrost $v_0 = g(t_p - \Delta t)$. Čas $t_p - \Delta t$ je čas, ki ga je rabilo telo za padanje BREZ zadnje sekunde. Torej:

$$\frac{H}{2} = v_0 \Delta t + \frac{1}{2}g \Delta t^2 = g(t_p - \Delta t) \Delta t + \frac{1}{2}g \Delta t^2. \quad (2)$$

Imamo dve enačbi in dve neznanki H in t_p . Čeprav naloga sprašuje po H se zdi, da bo lažje najprej izračunati t_p . Višino H iz enačbe [1] vstavimo v [2], malo preuredimo in dobimo kvadratno enačbo za neznani čas t_p :

$$t_p^2 - 4\Delta t t_p + 2\Delta t^2 = 0.$$

Dobimo dve rešitvi: 0,586 s in 3,414 s. Prva je manjša od 1 s in ne opisuje primera, ki ga rešujemo. Čas padanja z višine H je očitno $t_p = 3,414$ s in višina (enačba [1]):

$$H = \frac{1}{2}9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (3,414 \text{ s})^2 = 57,2 \text{ m}.$$

Preizkus: V času $t_p - \Delta t = 2,414 \text{ s}$ telo pade za $H = \frac{1}{2} 9,81 \text{ m/s} \cdot (2,414 \text{ s})^2 = 28,6 \text{ m}$, kar je res natanko polovica celotne višine H .

Pri tem doseže hitrost $v_0 = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,414 \text{ s} = 23,7 \text{ m/s}$ in v 1 s opravi pot:

$$y = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2 = 23,7 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (1 \text{ s})^2 = 28,6 \text{ m},$$

kar je druga polovica celotne višine.

Za malenkost lažja pot do kvadratne enačbe je tale:

Enačbo [1] zapišemo enako kakor prej. Namesto enačbe [2] za drugo polovico padanja (kjer smo morali upoštevati pridobljeno hitrost v_0) pa raje napišimo enačbo za prvo polovico padanja, ki traja $t_p - \Delta t$:

$$\frac{H}{2} = \frac{1}{2} g (t_p - \Delta t)^2.$$

Iz enačbe [1] in zadnje enačbe najprej odpravimo H in dobimo enako kvadratno enačbo za t_p kakor po prvem postopku.