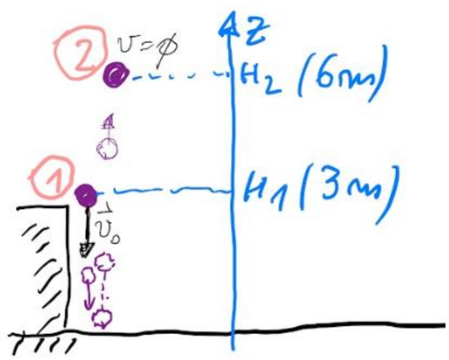
Naloga v drugem letniku gimnazije

Če najdete kakšno računsko ali drugo napako pri rešitvah, prosim, sporočite jo na elektronski naslov

`info@fizika.si`

1. **Žogo mase 200 g vržemo iz višine 3 m navpično navzdol. Po popolnoma prožnem odboju od tal doseže višino 6 m. S kakšno začetno hitrostjo smo vrgli žogo?**

   Verjetno je mišljeno, da zanemarimo silo zračnega upora in delo, ki ga opravi ta sila. Potem se vsota kinetične in potencialne energije žoge ohranja. Izenačimo skupno začetno energijo, to je v trenutku, ko vržemo žogo z začetno hitrostjo v_0 (1 na sliki 1), in končno, ko je žoga najvišje in ima hitrost enako nič (2 na sliki 1). Višino merimo od tal.



Slika 1 Žoga, ki jo vržemo proti tlem in se prožno odbije od tal.

   Iz

$$\frac{m\,v_0^2}{2} + m\,g\,H_1 = m\,g\,H_2$$

   sledi

$$v_0 = \sqrt{2\,g\,(H_2 - H_1)} = 7{,}67\,\mathrm{m/s}.$$

   Opazimo, da masa žoge ni pommebna, dokler zanemarjamo zračni upor.

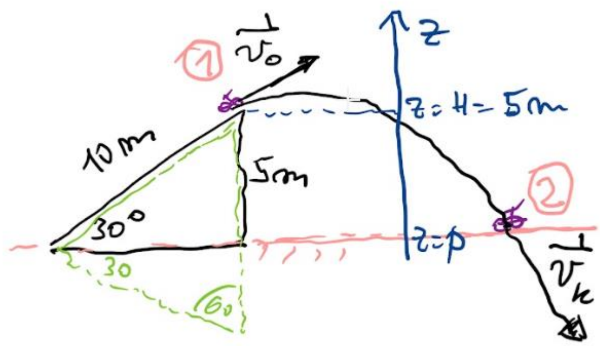
2. **Dijak 2. letnika je podal rešitev spodnje naloge. Preglej njegovo rešitev ter odkrij napake, ki jih je pri tem storil. Napake tudi popravi.**

   Naloga: 400 kilogramski motor (v to maso je vključena tudi masa motorista), se giblje po 10 m dolgi skakalni klančini z naklonom 30° glede na vodoravnico. Motor zapusti klančino s hitrostjo $v_0 = 20\,$m/s. Izračunajte velikost hitrosti motorja tik preden pristane.

   Dijakova rešitev:

$$\frac{1}{2}\cdot 400\,\mathrm{kg}\cdot 20\,\mathrm{m/s} = 400\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}8\,\mathrm{m/s}\cdot 10\,\mathrm{m} + \frac{1}{2}\cdot 400\,\mathrm{kg}\,v^2$$

$$v = -13{,}2\,m/s.$$



Slika 2 Motorist pri skoku s klančine.

Za zanesljiv odgovor moramu sami nalogo pravilno rešiti. Tri očitne napake lahko takoj opazimo:

a) Prvi člen z leve bi naj bila kinetična energija motorista na vrhu klančine. Manjka kvadrak pri hitrosti.

b) Prvi člen na desni bi naj bila potencialna energija. Višina ni enaka 10 m, pač pa 5 m, kakor lahko razberemo s slike. Pomislimo na zelen enakostranični trikotnik in kote 60°.

c) Enota za težni pospešek. Pravilno je m/s^2, manjka kvadrat nad sekundo.

Zdaj pa zapišimo pravilno rešitev in bomo ugotovili, da je člen s potencialno energijo dijak zapisal na narobe strani enačbe.

Če zanemarimo silo zračnega upora, se mehanka energija motoriska po tem, ko zapusti klančnino s hitrostjo v_0, ohranja. K mehanski energiji štejemo potencialno, kinetično in prožnostno. Zadnja se pri tej nalogi ne spreminja, zato kar pozabimo na njo.

Ker se v času poševnega meta (to je od trenutka, ko motorist zapusti klančino, na sliki označeno z 1) skupna kinetična in potencialna energija ohranja, lahko zapišemo:

$$\frac{1}{2}\, m\, v_0^2 + m\, g\, H = \frac{1}{2}\, m\, v_k^2.$$

V tem primeru smo izhodišče za merjenje višine postavili na višino tal. Zato je končna potencialna energija enaka 0, začetna (v legi 1) pa enaka $m\, g\, H = m\, g \cdot 5\,\mathrm{m}$.

Primerjamo zadnjo enačbo z dijakovo rešitvijo in poleg že prej opisanih napak vidimo, da je dijak člen $m\, g\, H$ postavil na napačno stran enačbe, ko končni energiji v legi 2.

Izračunamo pravilno rešitev (pričakujemo, da bo končna hitrost večja od začetne, saj se motoristu pri skoku poveča kinetična energija na račun potencialne):

$$v_k = 22{,}3\,\mathrm{m/s}.$$

3. **Lok z elastično konstanto 4 N/cm napnemo za 15 cm in izstrelimo 12 gramsko puščico navpično navzgor. Koliko dela smo opravili pri napenjanju loka? Kako visoko bo poletela puščica?**

Ko napenjamo lok, opravimo delo. To delo je shranjeno kakor prožnostna energija loka: $W_{pr} = \frac{k\,x^2}{2} = \frac{400\,\mathrm{N/m}\cdot(0{,}15\,\mathrm{m})^2}{2} = 4{,}5\,\mathrm{J}$.

Ko lok spustimo, se shranjena prožnostno energija najprej pretvori v kinetično - puščica se začne premikati. V nekem trenutku doseže največjo hitrost in potem je lok ne pospešuje več. Če smo jo izstreli navpično navzgor in zanemarimo zračni upor, se vsa energija pretvori v potencialno:

$$m\, g\, h_{max} = \frac{k\, x^2}{2} = 4{,}5\,\mathrm{J}$$

in

$$h_{max} = \frac{4{,}5\,\mathrm{J}}{12 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} = 38\,\mathrm{m}.$$

4. **Sekvoja je med najvišjimi drevesi na svetu, zraste namreč tudi do več kot 75 m v višino. Najvišja na svetu, po imenu Hyperion, sega v višino $h = 116\,\mathrm{m}$. Vsako drevo mora oskrbeti z vodo in hranljivimi snovmi vse svoje dele, torej tudi najvišje dele krošnje.**

   a) Koliko dela opravi drevo Hyperion, da oskrbi najvišje dele krošnje z 1 litrom vode zajete na površju tal (tj. višina h=0)? Gostota vode znaša $1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

   b) Sekvoja porabi na dan okrog 1 tono vode. Koliko dela opravi sekvoja, da dvigne dnevno potrebno količino vode na višino $h_2 = 60\,\mathrm{m}$?

   Drevo mora opraviti toliko dela, za koliko se vodi poveča potencialna energija.

   V primeu a) je to $A = \Delta W_p = m\,g\,h = 1\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 116\,\mathrm{m} = 1{,}14\,\mathrm{kJ}$ dela. Upoštevali smo, da ima liter vode maso $m = 1\,\mathrm{kg}$.

5. ***Žogico z maso $m = 50\,\mathrm{g}$ vržemo s hitrostjo $v_0 = 5\,\mathrm{m/s}$ proti tlom.**

   a) Za kakšno gibanje gre pri tem?

   b) Kolikšna je hitrost žogice, tik preden pade na tla, če smo žogico vrgli z višine $H_1 = 1{,}5\,\mathrm{m}$ nad tlemi? Upor zraka zanemarite.

   c) Žogica se od tal odbije in doseže višino 0,5 m. Izračunajte kolikšni delež kinetične energije pred trkom se pri trku izgubi (tj. pretvori v notranjo energijo tal in žogice).

   d) Do katere višine se odbije žogica po 3. odboju, če je delež energije, ki se pri tem pretvori v notranjo energijo tal in žogice nespremenjen?

   e) Kolikšno pot opravi žogica od trenutka, ko smo jo spustili, do trenutka ko šestič trči ob tla?

   Odgovor a)
   Gre za pospešeno gibanje, ki mu pravimo *prosti pad*, če zanemarimo zračni upor. Pospešek telesa, ki prosto pada, je ob površini Zemlje enak $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$.

   Odgovor b)
   Hitrost lahko izračunamo tako, da upoštevamo, da se žogici pri padanju poveča kinetična energija na račun izgubljene potencialne energije. Izenačimo torej končno kinetično energijo tik pred padcem z začetno energijo, ki je vsota kinetične in potencialne:

$$\frac{m\,v_{koncna}^2}{2} = \frac{m\,v_0^2}{2} + m\,g\,H_1.$$

   Sledi

$$v_{koncna} = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,H_1} = 7{,}38\,\mathrm{m/s}.$$

   Odgovor c)
   Tik pred padcem ob tla je žogica imela $W_{k1} = \frac{m\,v_{koncna}^2}{2} = \frac{50\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot(7{,}38\,\mathrm{m/s})^2}{2} = 1{,}362\,\mathrm{J}$ kinetične energije.

   Takoj po odboju je žogica imela kinetično energijo W_{k2} in ustrezno hitrost, da se je dvignila do višine $H_2 = 0{,}5\,\mathrm{m}$. Ker vpliv zračnega upora zanemarimo, se je po odboju vsa kinetična energija W_{k2} pretvorila v potencialno v največji višini H_2:

$$W_{k2} = m\,g\,H_2 = 50 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} = 0{,}245\,\mathrm{J}.$$

   Pri trku s tlemi se je izgubilo $\Delta W_k = W_{k1} - W_{k2} = 1{,}362\,\mathrm{J} - 0{,}245\,\mathrm{J} = 1{,}117\,\mathrm{J}$ kinetične energije.

   Delež kinetične energije, ki se je ob trku izgubil, je

$$\frac{\Delta W_k}{W_{k1}} = \frac{1{,}117\,\mathrm{J}}{1{,}362\,\mathrm{J}} = 0{,}820 = 82\,\%.$$

   Odgovor d)
   Imejmo v mislih že vprašanje e) in izračunajmo vse višine za prve tri odboje.

Žogico smo vrgli z višine $H_1 = 1{,}5\,\mathrm{m}$. Pri tem je že imela neko začetno hitrost. Ob tla je udarila s hitrostjo $v_{koncna} = 7{,}38\,\mathrm{m/s}$ in ustrezno kinetično energijo.

Pri prvem odboju je žogica izgubila 82 % kinetične energije in se dvignila do višine $H_2 = 0{,}5\,\mathrm{m}$.

Pred drugim trkom ob tla je imela kinetično energijo, ki je bila enaka spremembi potencialne energije pri padcu z višine H_2, to je $m\,g\,H_2$. Ob tem je ponovno izgubila 82 % kinetične energije. Kinetična energija takoj po drugem trku se je ob dviganju kroglice spreminjala v potencialno energijo. Pri največji višine se je vsa kinetična energija spremenila v potencialno. Očitno je ta potencialna, označimo jo z $W_{p3} = m\,g\,H_3$ le še 18 % (82 % energije se je izgubilo ob trku) tiste, ki jo je žogica imela pri višini $H_2 = 0{,}5\,\mathrm{m}$. Velja torej:

$$\frac{W_{p3}}{W_{p2}} = \frac{m\,\mathrm{g}\,H_3}{m\,g\,H_2} = 18\,\% = 0{,}18,$$

torej

$$H_3 = 0{,}18\,H_2 = 0{,}18 \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} = 0{,}09\,\mathrm{m}.$$

Po drugem odboju kroglice doseže le še višino 9 cm.

Zgodba je podobna s tretjim odbojem in četrto višino:

$$H_4 = 0{,}18\,H_3 = 0{,}18 \cdot 0{,}09\,\mathrm{m} = 0{,}0162\,\mathrm{m}.$$

Višina 1,6 cm je potem tudi odgovor na vprašanje kolikšno višino doseže kroglica po tretjem odboju.

Odgovor e)

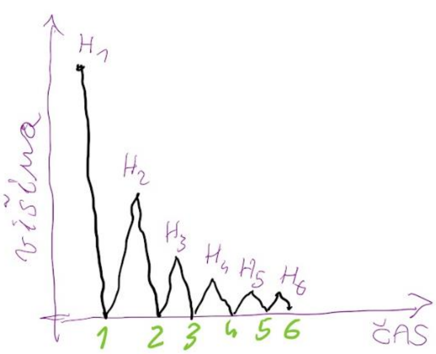
Odboji žoge so skicirani na sliki 3.

Najprej žoga pade z višine $H_1 = 1{,}5\,\mathrm{m}$. Potem se odbije in doseže višino $H_2 = 0{,}5\,\mathrm{m}$. Pri naslednjem odboju doseže le še 18 % višine H_2, to je $H_3 = 0{,}09\,\mathrm{m}$

Po tretjem odboju doseže le še višino $H_4 = 0{,}0162\,\mathrm{m}$.

Po četrtem odboju doseže višino $H_5 = 0{,}18\,H_4 = 0{,}18 \cdot 0{,}0162\,\mathrm{m} = 0{,}002916\,\mathrm{m}$.

Po petem odboju doseže višino $H_6 = 0{,}18\,H_5 = 0{,}18 \cdot 0{,}002916\,\mathrm{m} = 0{,}00052488\,\mathrm{m}$.



Slika 3 Večkratni odboji žoge - do šestega padca na tla.

Celotno pot do šestega trka ob tla odčitamo s slike 3:

$$pot = H_1 + 2\,H_2 + 2\,H_3 + 2\,H4 + 2\,H_5 + 2\,H_6 = \quad (1)$$
$$= 1{,}5\,\mathrm{m} + 2 \cdot (0{,}5\,\mathrm{m} + 0{,}09 + 0{,}0162\,\mathrm{m} + 0{,}002916\,\mathrm{m} + 0{,}00052488\,\mathrm{m}) = 2{,}10964\,\mathrm{m} \approx 2{,}1\,\mathrm{m}. \quad (2)$$

Nazadnje smo rezultat zaokrožili enako natančno kakor so zapisani podatki k nalogi. Npr, zapis 1,5 m za višino H_1 nam sporoča, da je natančen na nekaj centimetrov. Če bi avtor naloge želel poudariti, da je višina H_1 izmerjena vsaj na centimeter natančno, bi moral zapisati 1,50 m.

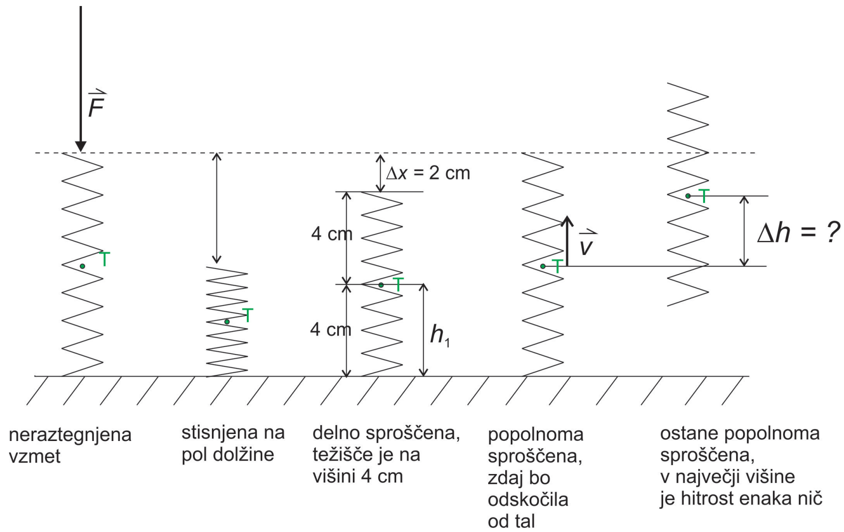
6. ***Nenapeto vzmet s koeficientom vzmeti $k = 100\,\mathrm{N/m}$ in dolžino $l_0 = 10\,\mathrm{cm}$ ob mizo stisnemo na polovico začetne dolžine. Masa vzmeti znaša $m = 10\,\mathrm{g}$.**

a) Koliko dela smo pri tem opravili?

b) Koliko prožnostne energije ima vzmet, ko je težišče vzmeti $h_1 = 4\,\mathrm{cm}$ nad površino mize?

c) Kolikšna je kinetična energija vzmeti v trenutku, ko se ta odlepi od mize?

d) Do katere višine odskoči vzmet?



Slika 4 Vzmet stisnemo ob tla in potem spustimo.

Odgovor a)
Delo, ki ga opravimo pri stistanju vzmeti, je delo sile roke $\vec{F}$, narisane na prvi sliki z leve. Sila opravlja delo na poti dolžine 5 cm. Velikost sile se pri tem spreminja, saj se stisnjena vzmet bolj upira nadaljnjemu stiskanju, kakor neraztegnjena. SPomnimo se, da je sila vzmeti enaka $F = k\,x$ in pri stiskanju vzmeti moramo nasprotovati tej sili. Zaradi tega, ker se sila $\vec{F}$ med potjo spreminja, ne moremo izračunati dela s preprostim množenjem $A = F\,\Delta x$, pač pa bi morali seštevati po kratkih premikih dx, za katere bi veljal približek, da je sila med dovolj kratko potjo konstantna. Nekoč pozneje se naučimo, da moramo v primerihi, ko sila ni konstanta, delo izračunati z integriranjem, $\int F\,dx$.

Ker je v tem primeru težko izračunati delo sile $\vec{F}$ neposredno premika in velikosti sile, premislimo ali si lahko pomagamo z izrekom o mehanski energijo. Ta pravi, da je delo zunanjih sil (brez teže, ker delo te sile upoštevamo kot spremembo potencialne energije) enako spremembi kinetične energije, potencialne energije in prožnostne energije sistema, ki ga opazujemo. V našem primeru je to vzmet.

Pri stiskanju vzmeti na vzmet delujeta dve sili. Sila naše roke $\vec{F}$ in sila podlage, ki je na sliki nismo narisali. Prijemališče sile podlage se pri stiskanju vzmeti ne premika, zato ne opravlja dela. Le sila roke $\vec{F}$ opravi delo, ki je enako:

$$A = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}.$$

Primerjamo torej Stanje vzmeti na prvih dveh slikah na sliki 4. Vzmeti smo povečali prožnostno energijo:

$$\Delta W_{pr} = \frac{k\,x_2^2}{2} - \frac{k\,x_1^2}{2} = \frac{100\,\mathrm{N/\,m} \cdot (0{,}05\,\mathrm{m})^2}{2} - 0 = 0{,}125\,\mathrm{J}.$$

Upoštevali smo, da smo vzmet stisnili za $x_2 = 5\,\mathrm{cm}$ in, da je na začetku bila vzmet nestisnjena $x_1 = 0$.

Sliki nas spomnita, da se pri stistanju vzmeti ob tla nekoliko zniža težišče vzmeti. To pomeni, da se vzmeti zmanjša potencialna energija (zato bo rezultat negativen) za

$$\Delta W_p = m\,g\,z_2 - m\,g\,z_1 = 10 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (0{,}025 - 0{,}05)\,\mathrm{cm} = -0{,}0025\,\mathrm{J}.$$

Višino štejemo od tal, zato je končna višina težišča 2,5 cm, začetna pa 5 cm. Vidimo, da je sprememba potencialne energije kar 50-krat manjša od spremembe prožnostne energije vzmeti in bi jo pri običajni natančnosti lahko tudi zanemarili.

Delo, ki ga opravimo pri stiskanju vzmeti na polovično dolžino je torej:

$$A = \Delta W_{pr} + \Delta W_p = 0{,}125\,\mathrm{J} - 0{,}0025\,\mathrm{J} = 0{,}123\,\mathrm{J}.$$

Odgovor b)
Odgovor na to vprašanje je zelo lahek. Premisliti moramo le, za koliko (Δx) je vzmet takrat stisnjena. Poglejmo srednjo sliko na sliki 4 in ugotovimo, da je vzmet takrat stisnjena še za $\Delta x = 2\,\mathrm{cm}$. Takrat ima prožnostno energijo enako:

$$\mathrm{W}_{pr} = \frac{k\,\Delta x_2^2}{2} = \frac{100\,\mathrm{N/\,m} \cdot (0{,}02\,\mathrm{m})^2}{2} = 0{,}02\,\mathrm{J}.$$

Odgovor c)
Vzmet se odlepi od tal, ko se vzmet raztegne na prvotno dolžino, torej ko v njej ni več shranjene prožnostne energije.

Najhitreje pridemo do rezultata, če primerjamo začetek (prvo sliko na sliki 4) in četrto, to je predzadnjo sliko na sliki 4. Obakrat vzemt nima prožnostne energije, tudi potencialna je v obeh primerih eneka. Edina sila, ki je med začetkom (prva slika - nerztegnjena vzmet, začeli smo delovati s silo roke na vzmet) in koncem (četrta slika, vzmet znova neraztegnjena) opravila delo, je bila sila roka. Pomeni, da se je delo, ki ga je opravila sila roke (tega smo zračunali že pri vprašanju a, $A = 0{,}123\,\mathrm{J}$, pretvorilo v kinetično energijo vzmeti $m\,v^2\ over 2$. Hitrost vzmeti, ko se ta odlepi od tal, je potem

$$v = \sqrt{\frac{2\,A}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}123\,\mathrm{J}}{10 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} = 1{,}57\,\mathrm{m/s}.$$

Odgovor d)
Primerjajmo še zadnji sliki na sliki 4. Vzmet je tukaj ves čas neraztegnjena. Pri največji višini je njena hitrost enaka nič. Vsa kinetična energija, ki jo ima vzmet, ko se odlepi od tal, se spremeni v potencialno energijo:

$$\frac{m\,v^2}{2} = m\,g\,\Delta h,$$

kjer je Δh višiina za katero se dvigne težišče. Sprememba višine težišča telesa namreč opiša spremembo potencialne energije. Dobimo

$$\Delta h = \frac{v^2}{2\,g} = \frac{(1{,}57\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} = 0{,}125\,\mathrm{m} = 12{,}5\,\mathrm{cm}.$$

S slike 4 vidimo, da je sprememba višine težišča vzmeti enaka višini za katero se je spodnji konec vzmeti dvignil od tal. Višina 12,5 cm je torej tudi višina za katero je vzmet odskočila od tal.

7. ***Z lokom ustrelimo puščico v vodoravni smeri z višine 1,5 m. Puščica ima maso 20 g. Lok smo napeli za 0,5 m.**

   a) Kolikšen je prožnostni koeficient loka, če je domet puščice 100 m?

   b) S kolikšno močjo izstreljujemo puščice, če izstrelimo 20 puščic na minuto?

   c) Kako daleč leti puščica, če smo puščico izstrelili ob ježi konja s hitrostjo 10 m/s?

Odgovor a)
Reševanje naloge zahteva znanje na dveh področjih fizike: delo - energija in kinematika (poševni met).

Vzemimo, da bi poznali hitrost v_0 s katero puščica zapusti lok. Potem bi lahko prožnostno energijo loka, preden puščico spustimo, izračunali tako, da bi izenačili

$$\frac{k\,\Delta x^2}{2} = \frac{m\,v_0^2}{2},$$

kjer je $\Delta x = 0{,}5\,\mathrm{m}$ dolžina s katero smo napeli lok in k prožnostni koeficient loka, ki ga moramo izračunati.

Hitrost v_0 bomo izračunali iz podatkov o letu puščice, ko zapusti lok. Verjetno je mišljeno, d azračni upor zanemarimo. Puščica preleti razdaljo $D = 100\,\mathrm{m}$ v vodoravni smeri (enakomerno gibanje, $D = v_0\,t$), ob tem, da pade za $H = 1{,}5\,\mathrm{m}$. V navpični smeri smemo gibanje obravnavati kakor prosti pad. Velja:

$$H = \frac{g\,t^2}{2}.$$

Čas padanja je torej $t = \sqrt{\frac{2\,H}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}5\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}} = 0{,}553\,\mathrm{s}$.

Torej je začetna hitrost v vodoravni smeri enaka $v_0 = \frac{D}{t} = \frac{100\,\mathrm{m}}{0{,}553\,\mathrm{s}} = 181\,\mathrm{m/s}$.

Nazadnje se vrnimo k prvi - energijski - enačbi in izračunamo prožnostni koeficient loka

$$k = \frac{m\,v_0^2}{\Delta x^2} = \frac{20\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}\cdot(181\,\mathrm{m/s})^2}{(0{,}5\,\mathrm{m})^2} = 2{,}62\,\mathrm{kN/m}.$$

Res lahko napnemo lok s tako velikim prožnostnim koeficientom za $\Delta x = 0{,}5\,\mathrm{m}$? Napeti ga moramo s silo okoli 1300 N. Zmoremo to? Ali so podatki pri nalogi slabo premišljeni?

Odgovor b) Pri vsaki puščici opravimo delo

$$A = \Delta W_{pr} = \frac{k\,\Delta x^2}{2} = \frac{2{,}62\cdot 10^3\,\mathrm{N/m}\cdot(0{,}5\,\mathrm{m})^2}{2} = 328\,\mathrm{J}.$$

V eni minuti torej opravimo delo $20\,A = 20\cdot 328\,\mathrm{J} = 6550\,\mathrm{J}$. Delamo torej z močjo

$$P = \frac{A}{t} = \frac{6550\,\mathrm{J}}{60\,\mathrm{s}} = 110\,\mathrm{W}.$$

Odgovor c) Tukaj je avtor nekoliko skop z navodili. Ni napisano namreč v katero smer izstrlimo puščico. V vodoravni smeri naprej? Verjetno je tako mišljeno. Potem bo začetna hitrost puščice v vodoravni smeri **glede na tla** zdaj enaka prejšnji v_0 plus hitrost konja , torej

$$v_0' = 181\,\mathrm{m/s} + 10\,\mathrm{m/s} = 191\,\mathrm{m/s}.$$

Težko je verjeti, da puščico znova izstrelimo z višine 1,5 m. Rekel bi, d ajo zdaj izstrelimo z večje višine. Ker ni podatka o tem, vzemimo, da je višina od tal še vedno 1,5 m. Potem je tudi čas padanja še vedno enak 0,553 s, kakor smo izračunali pri vprašanju a).

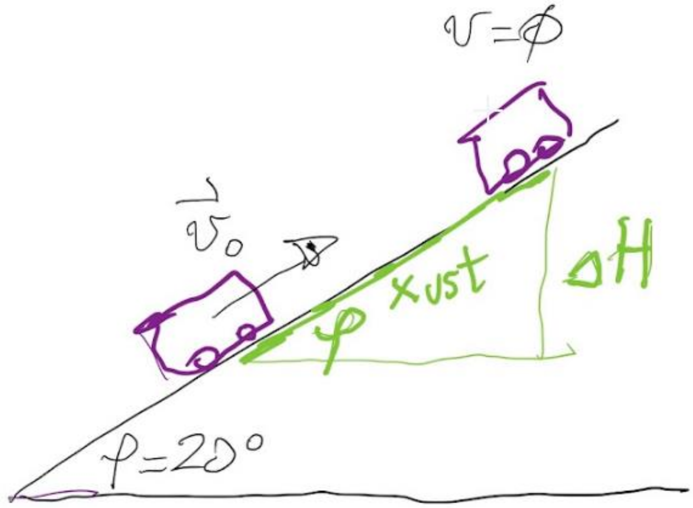
V tem istem času zdaj puščica opravi vodoravno pot dolžine

$$D' = v_0'\,t = 191\,\mathrm{m/s}\cdot 0{,}553\,\mathrm{s} = 106\,\mathrm{m}$$

glede na tla.

8. *** Za koliko se spremeni notranja energija podlage in avta pri zaustavljanju? Avto se najprej po 20°- klancu giblje s hitrostjo 30 km/h. Nenadoma voznik pritisne na zavore, tako da začne avto drseti. Koeficient trenja med podlago in avtom je 0,4. Masa avta pa znaša 1,5 tone.**

Predpostavimo, da je avtor naloge mislil, da se avto giblje po klancu navzgor kakor je narisano na sliki 5.



Slika 5 Avto se zaustavi pri gibanju po klancu navzgor.

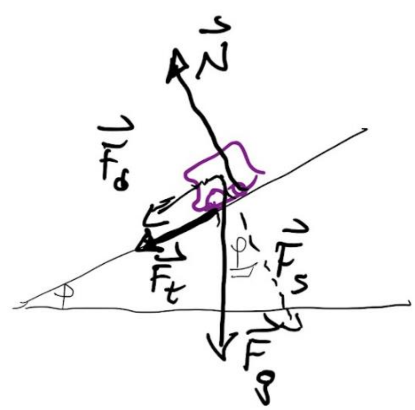
Zaradi zaviranja, se avtu zmanjša kinetična energija in nekoliko poveča potencialna energija:

$$\Delta W_k = W_{k2} - W_{k1} = 0 - \frac{m\,v_0^2}{2} = \frac{1500\,k \cdot (8{,}333\,\mathrm{m/s})^2}{2} = -52{,}1\,\mathrm{kJ},$$

$$\Delta W_p = m\,g\,\Delta H.$$

Spremembo višine avta med zaviranjem moramo še izračunati.

Spomniti se moramo II. Newtonovega zakona: $vecF = m\,\vec{a}$ in izračunati pojemek avtomobila med zaviranjem, da dobimo pot ustavljanja x_{ust}.



Slika 6 Sile med zaviranjem avta med gibanjem po klancu navzgor.

V smeri pravokotno na površino klanca (slika 6) je velikost pravokotne sile podlage $N = F_s = m\,g\,\cos\varphi$.

V smeri vzporedni s površino klanca je sila trenja enaka $F_t = k_t\,N = k_t\,m\,g\,\cos\varphi$ in dinamična komponenta teže $F_d = m\,g\,\sin\varphi$. Obe delujeta po klancu navzdol. Vsota teh dveh sil povzroča, da se avto giblje s pojemkom a:

$$F_t + F_d = k_t\,m\,g\,\cos\varphi + m\,g\,\sin\varphi = m\,a.$$

Sledi

$$a = g\,(k_t\,\cos\varphi + \sin\varphi) = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\cdot(0{,}4\cdot\cos 20\,^\circ + \sin 20\,^\circ) = 7{,}04\,\mathrm{m/s^2}.$$

Pot zaustavljanja najhitreje izračunamo iz zveze, ki velja pri enakomerno pojemajočem gibanju $v^2 = v_0^2 - 2\,a\,x$. Ko se avto ustavi $x = x_{ust}$, je $v = 0$ in dobimo

$$x_{ust} = \frac{v_0^2}{2\,a} = \frac{(8{,}333\,\mathrm{m/s})^2}{2\cdot 7{,}04\,\mathrm{m/s^2}} = 4{,}93\,\mathrm{m}.$$

Zdaj lahko izračunamo tudi spremembo višine avta med zaustavljanjem. Poglejmo sliko 5 in ugotovimo, da je $\Delta H = x_{ust}\,\sin\varphi = 4{,}93\,\mathrm{m}\cdot\sin 20\,^\circ = 1{,}69\,\mathrm{m}$ in

$$\Delta W_p = m\,g\,\Delta H = 1500\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 1{,}69\,\mathrm{m} = 24{,}9\,\mathrm{kJ}.$$

Seštejemo spremembo kinetične in potencialne energije, to je $-52{,}1\,\mathrm{kJ} + 24{,}9\,\mathrm{kJ} = -27{,}2\,\mathrm{kJ}$. Za to zmanjšanje mehanske energije je odgovorna sila trenja med cesto in avtomobilom. Za toliko $(27{,}2\,kJ)$ se je povečala njuna notranja energija. Guma se je segrela, verjetno nekoliko tudi cesta.

9. **Naloga z mature**

Jure je skočil v višino. Zaporedne faze skoka so prikazane na spodnjih slikah. Preden ga je začel, je nekoliko počepnil, pri čemer se je njegovo težišče spustilo za $\Delta h = 19\,\mathrm{cm}$. V trenutku, ko se je prenehal dotikati tal, je imelo njegovo težišče hitrost $v_0 = 2{,}2\,\mathrm{m/s}$. Juretova masa je $m = 64\,\mathrm{kg}$. Del skoka, ko se Jure ni dotikal tal, lahko obravnavamo kot navpični met.

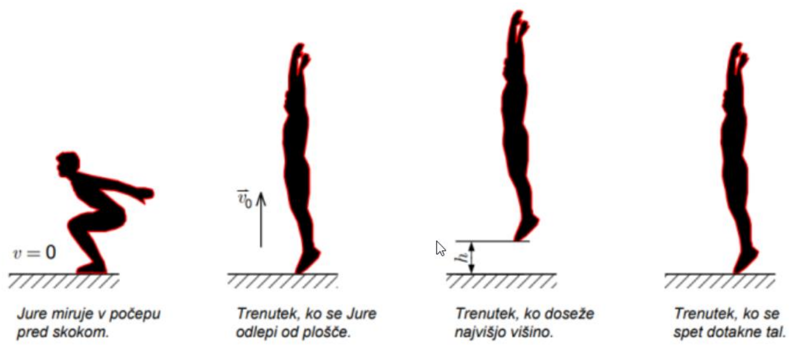
a) Opišite, kako se je hitrost Juretovega težišča spreminjala od trenutka, ko se je prenehal dotikati tal, do najvišje točke.

b) Izračunajte, kako visoko je Jure skočil.

c) Kolikšna je Juretova kinetična energija, v trenutku, ko se je prenehal dotikati tal?

d) Jure je pred skokom nekoliko počepnil. Njegovo težišče se je pri tem spustilo za 19 cm. Za koliko se mu je pri tem spremenila potencialna energija? Ali se je povečala ali zmanjšala?

e) Od trenutka, ko se je začel odrivati iz počepa, do trenutka, ko se je prenehal dotikati tal, je minilo $t = 0{,}28\,\mathrm{s}$. Koliko notranje energije je Jure v teh 0,28 s med odskokom s svojo dejavnostjo pretvoril v mehansko energijo?



Slika 7 Skok v višino.

Odgovor a)
Ko se Jure preneha dotikati tal, je edina sila (zračni upor namreč zanemarimo), ki deluje na Jureta, sila teže. Zaradi nje je gibanje Jureta **enakomerno pojemajoče**. Pojemek je enak težnemu pospešku, g.

Odgovor b)
Višino do katere skoči lahko izračunamo na več načinov. Eden je preko energije. Tik potem, ko se Jure odrine od tal, ima največjo kinetično energijo

$$W_k = \frac{m\,v_0^2}{2}.$$

Vzemimo, da potencialno energijo merimo od te višine navzgor. Torej je v tem trenutku potencialna energija enaka 0.

V najvišji točki sta Juretova hitrost in kinetična energija enaki nič. Tam je potencialna energija največja in enaka $m\,g\,h_{max}$. Ker ni izgub (v tem primeru zračnega upora), je največja potencialna energija enaka začetni kinetični:

$$m\,g\,h_{max} = \frac{m\,v_0^2}{2}$$

in $h_{max} = \frac{v_0^2}{2\,g} = \frac{(2{,}2\,\mathrm{m/s})^2}{2\cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} = 24{,}7\,\mathrm{cm}$.

Odgovor c)
V trenutku, ko se je Jure prenehal dotikati tal, je njegova kinetična energija enaka

$$W_k = \frac{m\,v_0^2}{2} = \frac{64\,\mathrm{kg}\cdot(2{,}2\,\mathrm{m/s})^2}{2} = 155\,\mathrm{J}.$$

Odgovor d)
Pri počepu se je njegovo težišče znižalo za $\Delta h = 19\,\mathrm{cm}$. Zato se je Juretova potencialna energija **zmanjšala** za

$$\Delta W_p = m\,g\,\Delta h = 64\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0{,}19\,\mathrm{m} = 119\,\mathrm{J}.$$

S predznaki je tako: Sprememba potencialne energije je enaka $W_{p2} - W_{p1} = m\,g\,(h_2 - h_1) = m\,g \cdot (-0{,}19\,\mathrm{m}) = -119\,\mathrm{J}$.

Verjetno ocenjevalci za pravilen razultat štejejo tudi, če dijak v odgovoru napiše, da se je potencialna energija **zmanjšala** za 119 J. Brez negativne znaka spredaj, saj to dejstvo povemo z besedo zmanjšala.

Odgovor e)
Med odskokom je Jure povečal svojo kinetično in potencialno energijo:

$$\Delta W_k + \Delta W_p = \frac{m\,v_0^2}{0} - 0 + m\,\mathrm{g}\,\Delta h = 155\,J + 119\,\mathrm{J} = 274\,\mathrm{J}.$$

Upoštevail smo, da je kinetična energija preden se začne z nogami odrivati (torej v najnižji legi počepa) enaka 0. Upoštevali smo tudi že prej izračunano spremembo potencialne energije. Zdaj, ko se dviga, mora za enako vrednost kakor se mu je pri počepu zmanjšala, povečati potencialno energijo, to je za 119 J.

Vso to mehansko energijo (kinetično in potencialno, ki jo je z odrivanjem od tal pridobil od počepa do trenutka, ko se odlepi od tal, je Jure pridobil na račun svoje notranje energije, mišic. Odgovor je torej: pretvoril je 274 Jenergije.