

## Naloga:

V 1 liter vode s temperaturo  $40^\circ\text{C}$  dodamo  $0,2\text{ kg}$  ledu in  $0,1\text{ kg}$  pare. Kolikšna bo temperatura vode na koncu? Talilna toplota ledu je  $333\text{ kJ/kg}$ . Izparilna toplota pare pa je  $2260\text{ kJ/kg}$ . Komentar: P.S: Ne sme se reševati tako, da prvo daš led in izračunaš, pa potem paro.

Najprej podatki: masa vode  $m_v = 1\text{ kg}$ ,  $T_1 = 40^\circ\text{C}$ , masa ledu  $m_l = 0,2\text{ kg}$ ,  $T_{led} = ??$  (predpostavimo  $0^\circ\text{C}$ , lahko bi bilo tudi manj), masa pare  $m_p = 0,1\text{ kg}$ ,  $T_p = ??$  (predpostavimo  $100^\circ\text{C}$ , lahko bi bilo tudi več),  $q_t = 333\text{ kJ/kg}$ ,  $q_i = 2260\text{ kJ/kg}$ , specifična toplota vode  $c_v = 4200\text{ J/(kg K)}$  (najdemo v fizikalnem priročniku ali učbeniku).

Komentar, da ne smemo reševati „da prvo daš led in izračunaš, pa potem paro“ je odveč. Ni razloga, zakaj ne bi smeli najprej poračunati kaj data voda + led in potem v  $1,2\text{ kg}$  vode s temperaturo, ki bo manjša od  $40^\circ\text{C}$ , dodati še paro.

Da bo v skladu z navodili, bomo izpeljali enačbo s katero v enem koraku izračunamo končno temperaturo vode, brez vmesnih računov.

Na koncu torej dobimo vodo s temperaturo  $T_2$ , ki bo (predpostavimo tako) večja od  $T_1$ . Nazadnje bomo premislili, kaj bi bilo drugače, če bi bila končna temperatura manjša od začetne. Splednje se lahko zgodi, če imamo dovolj veliko količino ledu.

Ker smo predpostavili, da je  $T_2 > T_1$ , sledi da voda PREJME toploto  $Q_1 = m_v c_v (T_2 - T_1)$ , da se segreje na  $T_2$ , led PREJME toploto  $Q_2 = m_l q_t + m_l c_v (T_2 - T_0)$ , kjer je prvi člen potreben za taljenje ledu, drugi, da nastalo vodo segrejemo na končno temperaturo  $T_2$ . Temperatura  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ .

Para se najprej kondenzira (nastane voda pri  $T_{vr} = 100^\circ\text{C}$ ) in potem ohladi na kočno temperaturo  $T_2$ . Pri tem ODDA  $|Q_3| = m_p q_i + m_p c_v (T_{vr} - T_2)$ . Absolutno vrednost napišemo zato, ker bi ODDANO toploto morali šteti kakor negativno in bi veljalo  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$ . Rajši razmišljamo tako: Če ni toplotnih izgub v okolico, je po velikosti oddana toplota  $|Q_3|$  enaka toploti, ki jo prejmeta voda in led  $Q_1 + Q_2$ :

$$Q_1 + Q_2 = |Q_3| \quad (1)$$

$$m_v c_v (T_2 - T_1) + m_l q_t + m_l c_v (T_2 - T_0) = m_p q_i + m_p c_v (T_{vr} - T_2) \quad (2)$$

in

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{m_p q_i + m_p c_v T_{vr} + m_v c_v T_1 - m_l q_t + m_l c_v T_0}{(m_v + m_l + m_p) c_v} = \\ &= \frac{0,1\text{ kg} \cdot 2260 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 0,1\text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 373\text{ K} + 1\text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 313\text{ K} - 0,2\text{ kg} \cdot 333 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 0,2\text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 273\text{ K}}{1,3\text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}} = \\ &= 340,6\text{ K} \end{aligned}$$

**Na koncu torej dobimo vodo s temperaturo  $340,6\text{ K}$ , to je  $67,6^\circ\text{C}$ .**

V končen izraz smo vnesli vrednosti izražene v Kelvinih. Prav je tako, da se vidi kako se enote pokrajšajo. Ker pa v enačbi (2) nastopajo le razlike temperatur  $T_2 - T_1$ ,  $T_2 - T_0$  in  $T_{vr} - T_2$ , ne bi bilo narobe, če bi nazadnje vnesli temperature v stopinjah Celzija. V tem primeru bi dobili rezultat že kar v  $^\circ\text{C}$ .

Še premislek o tem, kaj če je ledu dovolj (več kot v tem primeru), da je končna temperatura  $T_2$  manjša od  $T_1$ ? Potem voda ODDA toploto (prej jo je prejela)  $|Q_1| = m_v c_v (T_1 - T_2)$ . Glede

na prejšnji izraz smo le zamenjali  $T_2 - T_1 \rightarrow T_1 - T_2$ , da smo zagotovili pozitivno vrednost  $|Q_1|$ . Hkrati bi zdaj morali člen  $|Q_1|$  napisati na drugi strani enačbe (1), torej:  $Q_2 = |Q_1| + |Q_3|$ . Ker je  $T_1 - T_2 = -(T_2 - T_1)$ , bi bil končni izraz za  $T_2$  prav takšen, kakor smo ga izpeljali prej. Torej predpostavka, da je končna temperatura  $T_2$  višja od  $T_1 = 40^\circ\text{C}$  ne predstavlja omejitve. Pravilni rezultat bi dobili, tudi če to ne bi držalo, končni rezultat za  $T_2$  iz enačbe (2), bi bil pač manjši od  $40^\circ\text{C}$ .